

**Exercice 1**

Soit la fonction  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

- 1/ Montre que f est définie sur  $]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[$
- 2/a) Etudier la dérivabilité de f à gauche en -2 et à droite en 2.  
Interpréter graphiquement les résultats.
- b) Déterminer le domaine de dérivabilité de f.
- 3/ Calculer  $f'(x)$  et dresser le tableau de variation de f
- 4/ Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$
- 4/ Soit g la fonction définie sur  $[2, +\infty[$  par :  $g(x) = f(x)$ .
  - a) Montrer que g réalise une bijection de  $[2, +\infty[$  sur un intervalle I que l'on précisera.
  - b) Déterminer le domaine de dérivabilité de  $g^{-1}$ , fonction réciproque de g
  - c) Calculer  $g(\sqrt{13})$  puis  $(g^{-1})'(3)$ .

**Exercice N°2**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé  $R = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(1, 0, \sqrt{2})$ ,  $B(-1, 0, \sqrt{2})$  et  $C(0, -1, 0)$  et  $D(0, 1, 0)$

- 1) a) Calculer  $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$  et  $(\vec{AB} \wedge \vec{AC}) \cdot \vec{AD}$ .  
b) Que peut-on dire des points A, B, C et D ?
- 2) a) Déterminer l'aire du triangle ABC et le volume du tétraèdre ABCD.  
b) Déterminer la hauteur du tétraèdre ABCD issue du point D.
- 3) Calculer la distance entre les droites (AB) et (CD).

**Exercice N°3**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On considère les points  $A(2, 3, -1)$ ;  $B(4, 0, 2)$  et  $C(3, 2, 1)$

- 1/a) Calculer les composantes du vecteur  $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$
- b) Calculer  $\sin(\widehat{BAC})$  et  $\cos(\widehat{BAC})$
- c) Donner une équation cartésienne du plan (ABC) noté P
- 2/ Soit  $Q = \{M(x, y, z) \in \xi \text{ tel que } \vec{AM} \cdot \vec{AB} + \vec{BM} \cdot \vec{AC} = 0\}$ 
  - a) Montrer que Q est un plan dont une équation cartésienne est  $3x - 4y + 5z = 0$
  - b) Montrer que P et Q sont sécants suivant une droite  $\Delta$  dont on donnera une représentation paramétrique
- 3/ Soit H le projeté orthogonale du point C sur (AB)
  - a) Calculer l'aire du triangle ABC
  - b) Déduire la distance CH

**Exercice N°4**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On donne les plans  $P: -x + y + z + 1 = 0$  et  $P': x + 2y - z + 2 = 0$

- 1/ Montrer que P et P' sont perpendiculaires
- 2/ Soit A le point de coordonnées  $(1, 0, 1)$ 
  - a) Calculer la distance d de A au plan P
  - b) Calculer la distance d' de A au plan P'
  - c) Déduire la distance du point A à la droite d'intersection D de P et P'
- 3/ a) Donner une représentation paramétrique de D  
b) Retrouver d(A, D)